

ВЕРТИКАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОНКОГО ТЕЛА В ТРЕХСЛОЙНОЙ ВЕСОМОЙ ЖИДКОСТИ

В.П. Филиппов

*Чувашский государственный университет, г. Чебоксары
petrovic@chuvsu.ru*

Рассматривается задача движения тонкого тела в среде, состоящей из трех идеальных несжимаемых весомих жидкостей, расположенных так, что их плотности ρ_1, ρ_2, ρ_3 с увеличением глубины возрастают ($\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$). В невозмущенном состоянии они отделены друг от

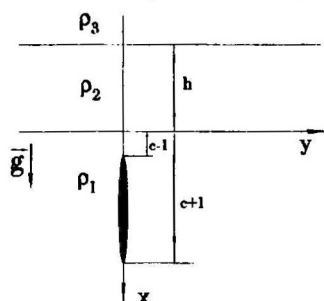


Рис. 1

друга горизонтальными границами раздела сред. Направление движения тела таково, что в каждый момент времени его геометрическая ось перпендикулярна этим границам.

При решении задачи используется неподвижная прямоугольная декартова система координат с началом на нижней границе среднего слоя (рис. 1). В этой системе координат контур C тела задается уравнением $y = \pm \epsilon f(x - c)$, где

знаки “+” и “-” относятся соответственно к правой и левой половинам контура. Параметр ϵ , представляющий собой отношение максимальной толщины тела к его длине, является малой величиной, т.е. рассматриваются тонкие удлинённые тела. Функция $f(x - c)$ ограничена всюду на отрезке $x \in [c - 1, c + 1]$. С математической точки зрения поставленная гидродинамическая задача сводится к нахождению потенциалов скоростей $\phi_k(x, y, t)$, каждый из которых определен в области, занятой жидкостью с соответствующей плотностью ρ_k , и является решением двумерного уравнения Лапласа.

В линеаризованной постановке задачи, без учета силы тяжести, краевые условия можно записать в виде

$$\begin{aligned} \phi_{1x}(0, y) &= \phi_{2x}(0, y), \quad \rho_1 \phi_1(0, y) = \rho_2 \phi_2(0, y), \\ \phi_{2x}(-h, y) &= \phi_{3x}(-h, y), \quad \rho_2 \phi_2(-h, y) = \rho_3 \phi_3(-h, y). \end{aligned}$$

Здесь нижние индексы обозначают дифференцирование по соответствующей переменной. Кроме того, необходимо также учесть,

что поперечная составляющая скорости жидкости при $y=0$ и $x \in (-\infty, c-1) \cup (c+1, \infty)$ должна принимать нулевые значения. Потенциалы скоростей выбирается в виде, удовлетворяющем уравнению Лапласа, кинематическому условию на движущемся теле, условию симметрии на оси абсцисс при $g=0$ и условию затухания возмущений на больших расстояниях от линии разрыва плотности.

Выражения для $\varphi_k(x, y, t)$ при $g=0$ приводятся к двукратным интегралам. При учете силы тяжести приходится решать систему, состоящую из четырех дифференциальных уравнений 2-го порядка.

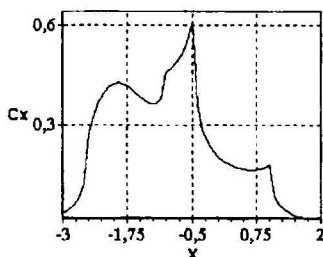


Рис. 2

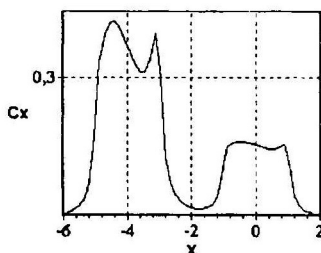


Рис. 3

Зависимости коэффициента вертикальной силы от координаты тела для невесомой жидкости приведены на рис. 2-3 для h , равных соответственно 1.5 и 4, при отношениях плотностей $\rho_3/\rho_1=0,5$; $\rho_2/\rho_1=0,85$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Порфирьев Н.П., Филиппов В.П. *Движение тел в многослойных средах* // Межвузовский сборник научн. статей преподавателей и аспирантов. – Чебоксары, 1997. – Вып. 8. – Ч.1. – С.118-125.